

СИНУСОИДАЛЫҚ ТОКТЫҢ ЭЛЕКТР ТІЗБЕКТЕРІ

4.1. ЖАЛПЫ МАҒЛҰМАТТАР

XIX ғасырдың соңында өндірістің, көлік тасымалының және қызмет көрсету салаларының дамуында электр энергиясының үдемелі рөлі, электр энергиясын өндіру, тарату және тұтыну жөніндегі технологиялық тізбекте тиімді электротехникалық құрылғыларды жасап шығару бойынша теориялық және эксперименттік жұмыстарды ынталандырды. Қазіргі уақытта өндірістік мақсаттарда электр энергиясы Ресейде және көптеген өзге елдерде (АҚШ-да 60Гц) токтың стандартты 50 Гц жиіліктегі синусоидалық токтың электромеханикалық генераторларымен өндіріледі. Жылу және атом электр станцияларындағы бу құбырларынан келетін жетекті электрмеханикалық генераторлардың қуаты 100-1200 МВт болады. Электр генераторлардың синусоидалық токтарының параметрлерінің мәндерін трансформаторлармен түрлендіру электр энергиясын жоғары кернеулі (750 кВт-қа дейін) желілер бойынша электр энергиясын барынша аз шығынмен алыс қашықтықтарға (500 км-ге дейін) таратуға мүмкіндік береді.

Өндірістік жиілікті синусоидалық токтардың асинхронды және синхронды қозғалтқыштары, көтергіш-көліктік машиналардың, станоктардың, өңдеуші аспаптардың және т.б. электр жетегінің түрлі жүйелерінде электр энергиясын түрлендіру үшін тиімді қолданылады.

Өндірістік емес жиіліктегі синусоидалық токты түрліше қолданады. Өрең балқитын және ерекше таза металлдарды балқытуға арналған электр пештерінде синусоидалық токтың жиілігі 500Гц-50кГц құрайды. Электр-акустикалық қондырғылардағы синусоидалық токтың жиілігі бірнеше герцті құрауы мүмкін.

Радиотехниканың дамуы жоғары жиілікті (100МГц-қа дейінгі) құрылғыларды: антенналарды, генераторларды, түрлендіргіштерді және т.с.с. жасауға әкелді.

Синусоидалық токтың электр тізбегі, тағайындалымы тұрақты ток тізбегінің функционалды ұқсас құрылғыларының (энергия көздері, өлшеу құралдары, коммутациялық аппараттар және т.б.) міндетімен сәйкес келетін, электротехникалық құрылғылардан өзге, тек синусоидалық ток тізбектеріне ғана тән құрылғылардан: трансформаторлардан, конденсаторлардан, индуктивтілік катушкаларынан және басқаларынан тұрады. Синусоидалық ток тізбегіндегі электротехникалық құралдардың жиынтығы олардың арасындағы байланысты көрнекі және шағын бейнелеу үшін 2.2-суретте келтірілгенге ұқсас принциптік схемамен ұсынылады.

Электротехникалық құрылғылардың жұмыс режимін есептеу үшін тізбектің принциптік схемасынан оның алмастыру схемасына өту қажет. Синусоидалық ток тізбегінің алмастыру схемасының элементтері, синусоидалық ток пен ЭҚК көздері, резистивті, индуктивті және сыйымдылық элементтері болып табылады.

Егер элементтердің параметрлері ондағы токқа және салынған кернеуге тәуелді болмаса, онда олар сызықтық элементтер. Кері жағдайда элементтерді сызықтық емес деп санаған жөн.

Бу және гидравликалық құбырлардың механикалық энергиясын электр энергиясына түрлендіретін электрмеханикалық генераторлар синусоидалық токтың электр энергиясының өндірістік көздері болып табылады.

Қысқартуларға жол бере отырып, осындай генератордың жұмысын талдайық. Екі полюсті электрмеханикалық генератордың принциптік құрылысы 4.1, *a* суретінде бейнеленген. Ол *a* мен *b* шықпаларына ие жылжымайтын жазық ажыратылған орамдардан және орам ішінде тұрақты *f* жиілікпен, яғни $\Omega = 2\pi f$ рад/с тұрақты бұрыштық жылдамдықпен айналатын магнит өрісінен тұрады.

СИ-дегі *f* жиіліктің негізгі өлшем бірлігі — герц (Гц): $1 \text{ Гц} = 1 \text{ с}^{-1}$. Жиілікке кері шама *период* деп аталады: $T = 1/f$, с.

Тұрақты магниттің магниттік ағыны Φ_m тең болсын. Магниттік ағынды кеңістіктік үлестіруден (4.1, *b* суретін қараңыз), орамды тесіп өтетін, яғни *x* осы бойымен бағытталған магнит ағыны

құраушысының лездік мәні:

$$\Phi_x = \Phi_m \cos(\Omega t + \alpha) = \Phi_m \sin(\omega t + \psi_\Phi), \quad (4.1)$$

тең болады, мұндағы Φ_m — орамды тесіп өтетін магнит ағынының максималды мәні (амплитудасы); α — x осыне қатысты тұрақты магниттің кеңістіктік орналасуының бастапқы (яғни уақыт санағының басы ретінде қабылданған $t = 0$ моментіндегі) бұрышы; ω — тұрақты магниттің Ω бұрыштық айналу жылдамдығының мәнімен және өлшемділігімен сәйкес келетін, магниттік ағынның синусоидалық функциясының бұрыштық жиілігі; $\psi_A = \pi/2 + a$ — магнит ағынының бастапқы фазасы; $\omega t + \psi_\Phi$ — магниттік ағынның фазасы. Осы жерде және ары қарай, *бастапқы фаза* $t = 0$ уақыт мезетіндегі *синусоидалық* функцияның мәнін анықтайды.

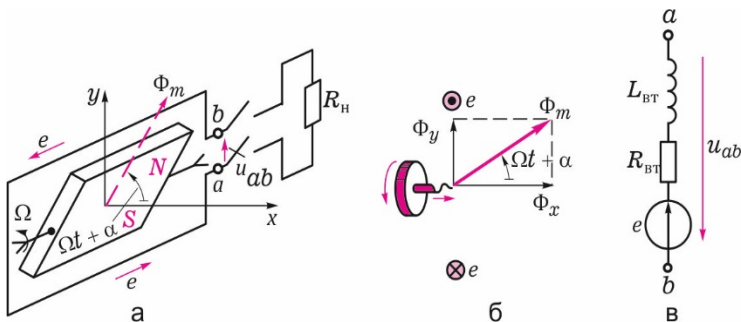
Электрмагниттік индукция заңна сәйкес, орамның ағындық ілінісі өзгерген кезде онда, оң бағытын (4.1, a суретін қараңыз) Φ_x ағынының оң бағытымен бұрғы ережесі арқылы байланыстыратын, ЭҚК индукцияланады.

ЭҚК-ң оң бағыты Φ_x магниттік ағынның бағыты бойынша бұралатын бұрғы сабының айналу бағытымен сәйкес келеді:

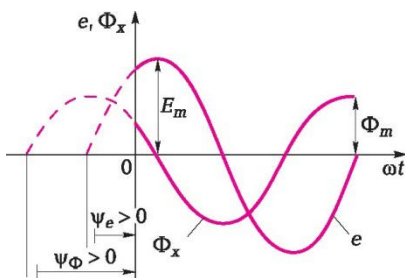
$$e = -d\Phi_x / dt = -\Phi_m \omega \cos(\omega t + \psi_\Phi) = E_m \sin(\omega t + \psi_e) \quad (4.2)$$

мұндағы $E_m = \omega \Phi_m$ — ЭҚК амплитудасы; $\psi_e = \psi_\Phi - \pi/2 = a$ — ЭҚК-ң бастапқы фазасы.

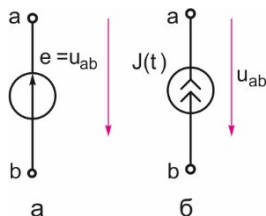
4.2-суретте $\Phi_x = \Phi_m \cos(\omega t)$ магниттік ағынының және $e = e(\omega t)$ ЭҚК-ң ωt фазасына, яғни t уақытына тәуелділігі бейнеленген.



4.1-сурет



4.2-сурет



4.3-сурет

Синусоидалық шамаларды ωt тәуелділік секілді графиктер түрінде бейнелеу қабылданғанын айта кетейік. Сондықтан да бастапқы фаза, синусоидалық шаманың координаттар басына, яғни $\omega t = 0$ қатысты ығысуын анықтайды. Бастапқы фаза, абсцисс осы бойымен координаттар басына ең жақын нөлдік мәнге ие синусоидалық шаманың теріс мәндерінен координаттар басчна дейінгі оң мәндерге қарай есептелінеді.

Егер бастапқы фазасы нөлден үлкен (аз) болса, онда синусоидалық шаманың басы солға қарай – 4.2-суреттегідей – координаттар басынан (оңға) қарай ығысқан.

Егер генератордың a мен b шықпаларына $R_{ж}$ жүктеме кедергілеріне ие резисторды жалғасақ (4.1, a суретін қараңыз), онда алынған тізбекте i синусоидалық ток болады.

4.1, b суретінде, $R_{iш}$ резистивті және $L_{iш}$ индуктивті элементтері генератордың ішкі параметрлерін: өткізгіш кедергісін және орамның өзіндік индуктивтілігін бейнелейтін, электрмеханикалық генератордың алмастыру схемасы келтірілген. Егер генератордың алмастыру схемасындағы резистивті және индуктивті элементтердің параметрлерін елемеуге болатын болса, онда e синусоидалық ЭҚК көзі немесе синусоидалық кернеу көзі оның идеал алмастыру схемасы болып табылады (4.3-сурет, a). Егер генератор тізбегіндегі ток сыртқы тізбектің параметрлеріне тәуелді болмаса, онда генератордың алмастыру схемасы ретінде идеал $J(t)$ синусоидалық ток көзі болады, мұндағы $J(t)=i_k$ – генератордың a және b шықпаларының қысқаша тұйықталуы кезіндегі ондағы ток.

ЭҚК мен ток көздерін алмастыру схемасының активті элементтері деп, ал резистивті, индуктивті және сыйымдылық элементтері – пассивті элементтері деп атайды.

4.4. СИНУСОИДАЛЫҚ ШАМАЛАРДЫҢ МАКСИМАЛДЫ, ОРТАША ЖӘНЕ ӘСЕРЛІК МӘНДЕРІ

Синусоидалық өзгертін ЭКК-ң әсер етуі кезінде сызықтық тізбектегі токтар да синусоидалық болады:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

мұндағы ω — бұрыштық жиілік; ψ_i — токтың бастапқы фазасы; I_m — токтың максималды мәні (амплитудасы).

Синусоидалық токтың *орташа мәні* деп:

$$I_{op} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} i dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t dt = \frac{2I_m}{\pi} \quad (4.3)$$

модулі бойынша орташа мәнімен сәйкес келетін, оның оң период ішіндегі орташа мәнін санайды.

Егер R кедергісіне ие резистивті элементте тұрақты синусодиты токтарда уақыттың бірдей интервалында бірдей энергия бөлінетін болса, онда тұрақты токтың мұндай мәні сәйкес синусодиты токтың *әсерлік мәні* деп атайды.

Кедергісі R резистивті элементтегі бір T период уақыты интервалында синусоидалық ток кезінде:

$$W_- = \int_0^T Ri^2 dt$$

ал тұрақты ток кезінде:

$$W_+ = RI^2T$$

энергиясы бөлінеді.

$$RI^2T = \int_0^T Ri^2 dt$$

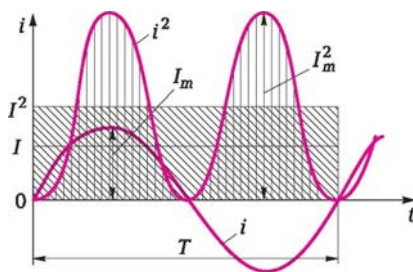
энергияларының тепе-теңдігі синусоидалық токтың әсерлік мәнін, период арасындағы *орташа квадратты* түрінде анықтайды:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} \quad (4.4)$$

4.4-суретте i синусоидалық токтың, $i^2_{\text{ток}}$ квадратының уақытынан

$$I^2T = \int_0^T i^2 dt$$

тәуелділігі және I^2 мәнінің графикалық анықтамасы (аудандарының теңдігінен), сол арқылы токтың әсерлік мәні көрсетілген.



4.4-сурет

Синусоидальдық ток үшін әсерлік мәнді амплитудалық арқылы анықтау қиынға соқпайды:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt} = I_m \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt}$$

және де $\int_0^T dt = T$, ал $\int_0^T \cos 2\omega t dt = 0$ болғандықтан:

$$I = I_m / \sqrt{2} \quad (4.5)$$

Осыған ұқсас кез-келген басқа да синусоидальдық шамалар (ЭҚК, кернеу, магнит ағыны және т.б.) үшін $a = A_m \sin(\omega t + \psi_a)$ орташа және әсерлік мәндері:

$$\left. \begin{aligned} A_{op} &= 2A_m / \pi \approx 0,637 A_m; \\ A &= A_m / \sqrt{2} \approx 0,707 A_m \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

4.5. СИНУСОИДАЛЫҚ ШАМАЛАРДЫ ӨРНЕКТЕУ ӘДІСТЕРІ

Синусоидальдық өзгеретін шамаларды: тригонометриялық функциялар (4.2), графиктер (4.2-суретті қараңыз), айналмалы векторлар мен кешенді сандар түрінде өрнектеудің бірнеше әдістері мәлім.

Синусоидальдық өзгеретін шамаларды айналмалы векторлар мен кешенді сандар түрінде өрнектеуді қарастырайық.

Синусоидальдық шамаларды айналмалы векторлармен өрнектеу. Синусоидальдық өзгеретін шаманы ψ_a бастапқы фазасымен айналмалы вектормен өрнектеу үшін

$$a = A_m \sin(\omega t + \psi_a)$$

осы шаманың, ұзындығы (тұрғызу масштабында) A_m амплитудасына тең және көлденең оське ψ_a бұрышымен орналасқан, A_m радиус-векторын (4.5-сурет, а) құрастырайық. Бұл оның $t = 0$ уақыт санағы басталған мезеттегі бастапқы орыны болады.

Егер, a синусоидалық шаманың ω бұрыштық жылдамдығына сандық жағынан тең болатын, тұрақты Ω бұрыштық жылдамдыққа ие радиус-векторді сағат тілінің қозғалыс бағытына кері бағытта айналдырсақ, онда оның тік оське проекциясы $A_m \sin(\omega t + \psi_a)$ тең болады. Осы шамалардың мәндері бойынша синусоидалық шаманың ωt фазасынан немесе t уақытына тәуелділік графигін тұрғызуға болады. Мұндай құрастыру t -ң кейбір мәндері үшін 4.5, б суретінде келтірілген.

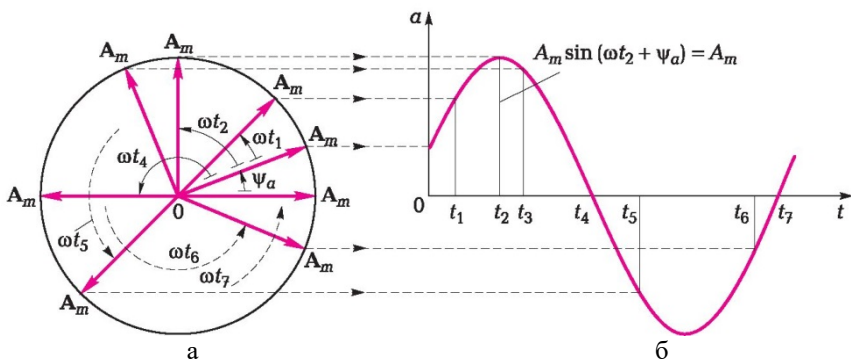
Айналмалы векторларды қолдану бір суретте бірдей жиілікті түрлі синусоидалық өзгергіш шамалардың жиынтығын шағындап көрсетуге мүмкіндік береді.

Синусоидалық шамаларды кешенді сандармен өрнектеу. Синусоидалық шамаларды айналмалы радиус-векторлармен өрнектеуден синусоидалық шамаларды кешенді сандармен өрнектеуге өту қиын емес.

ψ_a бастапқы фазалық синусоидалық шаманы кешенді санмен өрнектеу үшін

$$a = A_m \sin(\omega t + \psi_a) \quad (4.7)$$

егер бұрыш мәні $\psi_a > 0 (\psi_a < 0)$ болса, кешенді жазықтықта (4.6-сурет) координаттар басынан ψ_a бұрышымен нақты шамалар осыне сағат тіліне қарсы (сағат тілімен) ұзындығы кеңістік масштабында синусоидалық шаманың A_m амплитудасына тең вектор жүргізейік.



4.5-сурет

Осы вектордың соңы, синусоидалық шаманың *кешенді амплитудасы* – кешенді саны сәйкес келетін нүктеде орналасқан:

$$\dot{A}_m = A_m e^{j\psi_a} = A_m \angle \psi_a.$$

Осылайша, кешенді амплитудаға сәйкес келетін вектор кешенді жазықтықта белгіленеді.

$\omega t + \psi_a$ синусоидалық шаманың фазасын уақыт бойында арттырған кезде осы мен вектор арасындағы бұрыш өседі, ал вектордың өзі айналмалы вектор болады

$$A_m e^{j(\omega t + \psi_a)} = A_m \cos(\omega t + \psi_a) + jA_m \sin(\omega t + \psi_a)$$

Айналмалы вектордың жалған бөлігі берілген синусоидалық шамаға (4.7) тең екендігін оңай көруге болады. Синусоидалық шаманы $\dot{A}_m$ кешенді амплитудасымен және оған сәйкес келетін кешенді кеңістіктегі векормен өрнектеу, сол синусоидалық шаманы айналмалы A_m радиус-векторымен $t = 0$ уақыт мезетінде өрнектеуге геометриялық ұқсайды (4.5, *a* суретін қараңыз). Сондықтан да, синусоидалық шаманың екі өрнегі де бір-біріне ұқсас деген пікір туындауы мүмкін. Шындығында келгенде олай емес. Синусоидалық шамаларды кешенді сандармен өрнектеу кезінде синусоидалық тогы бар электр тізбектерін талдаудың тиімді кешенді әдістерін қолдануға болады, ол қазіргі уақытта барлығын мойындатты.

Кешенді жазықтықтағы, тұрғызылу масштабындағы ұзындығы синусоидалық шаманың әсерлік мәніне тең вектор және сәйкес кешенді сан *синусоидалық шаманың кешенді әсерлік мәні* деп аталады:

$$\dot{A} = \dot{A}_m / \sqrt{2} = A e^{j\psi_a} = A \angle \psi_a \quad (4.8)$$

Кешенді жазықтықтағы вектордың өзі де белгіленеді (4.6-суретті қараңыз).

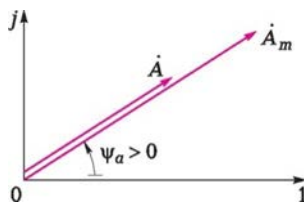
Синусоидалық шаманың кешенді әсерлік мәнін жазудың үш түрі қолданылады:

■ *көрсеткіштік түрі*

$$\dot{A} = A e^{j\psi_a} = A \angle \psi_a \quad (4.9)$$

■ *тригонометриялық түрі*

$$\dot{A} = A \cos \psi_a + jA \sin \psi_a; \quad (4.10)$$



4.6-сурет

■ алгебралық түрі

$$\dot{A} = \operatorname{Re} \dot{A} + j \operatorname{Im} \dot{A}; \quad (4.11)$$

мұндағы $\operatorname{Re} \dot{A} = A \cos \psi_a$ және $\operatorname{Im} \dot{A} = A \sin \psi_a$ — синусоидалық шаманың кешенді әсерлік мәнінің нақты және жалған құраушылары

$$A = \sqrt{(\operatorname{Re} \dot{A})^2 + (\operatorname{Im} \dot{A})^2}; \psi_a = \arctg \frac{\operatorname{Im} \dot{A}}{\operatorname{Re} \dot{A}}.$$

Көрсеткіштік түрден тригонометриялық түрге өту Эйлер формуласының көмегімен орындалады:

$$e^{\pm j\psi_a} = \cos \psi_a \pm j \sin \psi_a; \quad (4.12)$$

Бұрыштарының мәні $\psi_a = \pi/2$ және $\psi_a = -\pi/2$ болған кезде (4.12)-ден

$$e^{j\pi/2} = j \text{ және } e^{-j\pi/2} = 1/j \quad (4.13)$$

шығады, мұндағы $j = \sqrt{-1}$ — жалған бірлік.

Синусоидалық тоқтты тізбекті талдау кезінде синусоидалық шамалардың кешенді әсерлік мәндерін қолданады. Оларды қысқаша *кешенді мәндер* деп, ал кешенді жазықтықтағы сәйкес векторларды — *кешенді мәндер* векторлары деп атайды.

Бір жиілікті синусоидалық шамалардың кешенді мәндерінің векторларының жиынтығы *векторлық диаграмма* деп аталады. Векторлық диаграмманы қолдана отырып, кешенді мәндерді қосып-алууды сәйкес векторларды қосып-алумен алмастыруға болады. Бұл есептеулерді қысқартып, көрнекі етеді.

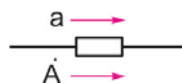
Егер барлық кешенді мәндердің ψ_a бастапқы фазасын бір шамаға кемітсек (арттырсақ), кешенді мәндер векторларының векторлық диаграммадағы бір-біріне қатысты орналасуы өзгермейді. Бұл барлық векторлардың бір уақытта бірдей бұрышқа бұрылуын білдіреді. Көбінесе тізбектерді сараптау кезінде векторлық диаграмманы, бір кешенді мәнің векторы нақты шамалар осының бойымен бағытталған болатындай етіп тұрғызады. Мұндай вектор *бастапқы вектор* деп аталады. Оның бастапқы фазасы $\psi_a = 0$.

Синусоидалық шамалардың ток, кернеу және басқалары) тізбектегі бағыттары периодты түрде өзгереді, алайда екі бағыттың бірі оң деп алынады. Бұл бағыт дербес тандап алынады және тізбектің сәйкес бөлігіндегі схемада бағыттауыш сызығымен көрсетіледі. Тандап алынған оң бағытта синусоидалық шама

$a = A_m \sin(\omega t + \psi_a)$ лездік мәнімен және сәйкес

• $A = A \angle \psi_a$ (4.8) кешенді мәнімен өрнектеледі.

Демек, синусоидалық шаманы (токтар, кернеу мен т.б.) лездік және кешендік мәндер түрінде өзара-бірмәнді өрнектеуге олардың бірдей оң бағыттары сәйкес келеді (4.7-сурет).



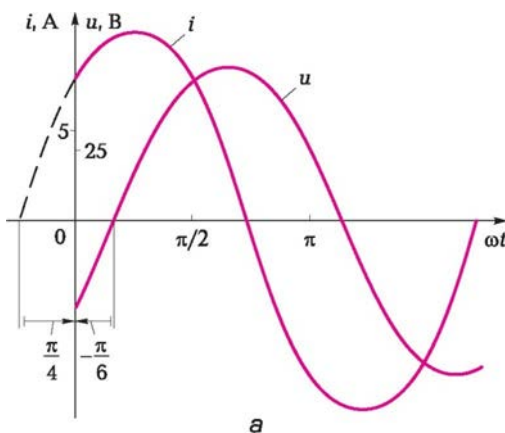
4.7-сурет

Синусоидалық шаманың лездік мәніне қарағанда оларға сәйкес келетін кешенді мәндер өлшемділігі жоқ екендігін айта кетейік.

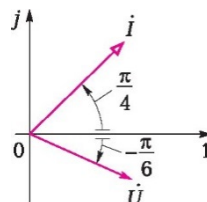
Мысал 4.1. $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) = 10 \sin(\omega t + \pi/4)$ А синусоидалық ток пен $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u) = 50 \sin(\omega t - \pi/6)$ В (4.8-сурет, а) кернеу үшін оларға сәйкес келетін $\dot{I}$ ток пен $\dot{U}$ кернеу мәнін жазу және олардың кешенді жазықтықтағы векторын тұрғызу.

Шешімі. $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) = 10 \sin(\omega t + \pi/4)$ А синусоидалық тогына токтың $\dot{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_i} = \frac{10}{\sqrt{2}} e^{j\pi/4} = \frac{10}{\sqrt{2}} \angle \pi/4$ кешенді мәні және кешенді жазықтықтағы вектор (4.8-сурет, б) сәйкес келеді.

$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u) = 50 \sin(\omega t - \pi/6)$ В синусоидалық кернеуіне, кернеудің $\dot{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_u} = \frac{50}{\sqrt{2}} e^{-j\pi/6} = \frac{50}{\sqrt{2}} \angle (-\frac{\pi}{6})$ кешенді мәні мен кешенді жазықтықтағы вектор (4.8-сурет, б) сәйкес келеді.



а



б

4.8-сурет

4.6. РЕЗИСТИВТІ, ИНДУКТИВТІ ЖӘНЕ СЫЙЫМДЫЛЫҚ ЭЛЕМЕНТТЕРІ ҮШІН КЕШЕНДІ ТҮРДЕГІ ОМ ЗАҢЫ

Резистивті, индуктивті және сыйымдылық элементтерінің токтар мен кернеулер арасындағы тәуелділік оларды жүріп жатқан физикалық құбылыстармен анықталады. Осы элементтердің әрбіреуіндегі физикалық процестердің математикалық сипаттамасы синусоидалық шамаларды өрнектеу әдісіне байланысты.

Резистивті элемент. Егер резистивті элементтегі ток синусоидалық болса:

$$i_R = I_{Rm} \sin(\omega t + \psi_i)$$

онда Ом заңы бойынша (2.1) резистивті элементтегі кернеу:

$$u_R = Ri_R = RI_{Rm} \sin(\omega t + \psi_i) = U_{Rm} \sin(\omega t + \psi_u)$$

болады, мұндағы ток пен кернеу амплитудасы және олардың бастапқы фазалары

$$\left. \begin{aligned} U_{Rm} &= RI_{Rm}; \\ \psi_u &= \psi_i \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

қатынасымен байланысқан.

(4.14)-гі бірінші қатынастың оң және сол бөліктерін $\sqrt{2}$ -ге бөліп резистивті элементтің кернеуі мен тогының әсерлік мәндерін аламыз:

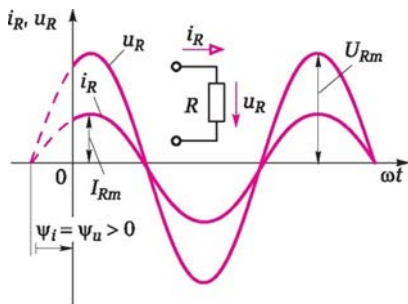
$$U_R = RI_R. \quad (4.15)$$

4.9-суретте резистивті элементтің синусоидалық тогының және кернеуінің лездік мәндерінің графигі көрсетілген ($\psi_u = \psi_i > 0$ кезінде тұрғызылған), одан i_R синусоидалық токтары мен u_R кернеуі фазасы бойынша сәйкес келетіндігі көрініп тұр.

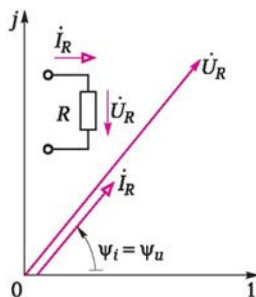
Резистивті элементтің i_R синусоидалық токтары мен u_R кернеуін сәйкес кешенді мәндермен (4.9) өрнектейік:

$$\dot{I} = I_R e^{j\psi_i} \text{ және } \dot{U}_R = U_R e^{j\psi_u}.$$

(4.15)-ті ескере отырып, *резистивті элемент үшін кешенді түрдегі Ом заңын* аламыз:



4.9-сурет



4.10-сурет

$$\dot{U}_R = RI_R e^{j\psi_u} = RI_R e^{j\psi_i} \quad (4.16)$$

немесе

$$\dot{U}_R = R \dot{I}_R.$$

4.10 суретте резистивті элементтің векторлық диаграммасы келтірілген, және де $\dot{I}_R$ тогы мен $\dot{U}_R$ кешенді мәндерінің векторлары фазасы бойынша сәйкес келетіндігі көрсетілген.

Индуктивті элемент. Егер индуктивті элементтегі ток синусоидалық болса

$$i_L = I_{Lm} \sin(\omega t + \psi_i)$$

онда электрмагниттік индукция заңы бойынша (3.21) резистивті элементтегі кернеу

$$\begin{aligned} u_L = -e_L &= L di_L / dt = \omega L I_{Lm} \cos(\omega t + \psi_i) = \\ &= U_{Lm} \sin(\omega t + \psi_i + \pi / 2) = U_{Lm} \sin(\omega t + \psi_u) \end{aligned}$$

болады, мұндағы кернеу мен ток амплитудасы және олардың бастапқы фазалары:

$$\left. \begin{aligned} U_{Lm} &= \omega L I_{Lm}; \\ \psi_u &= \psi_i + \pi / 2 \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

қатынасымен байланысқан.

(4.17)-гі бірінші қатынастың оң және сол бөліктерін $\sqrt{2}$ -ге бөліп индуктивті элементтің кернеуі мен тогының әсерлік мәндеріне арналған қатынасты аламыз:

$$\dot{U}_R = \omega L \dot{I}_L = X_L \dot{I}_L. \quad (4.18)$$

Өлшем бірлігі Ом болып табылатын (4.18)-ші өрнектегі $X_L = \omega L$

шамасы индуктивті кедергі деп, ал өлшем бірлігі $\text{Ом}^{-1} = \text{См}$ болатын оған кері шама $B_L = 1/\omega L$ – индуктивтілік өткізгіш деп аталады. X_L және B_L шамалары – синусоидалық токтар тізбегінің индуктивті элементтерінің параметрлері.

4.11-суретте индуктивті элементтің синусоидалық тогы мен кернеуінің лездік мәндерінің графигі берілген ($\psi_i > 0$ кезінде тұрғызылған), одан i_L тогының u_L кернеуінен фазасы бойынша ауытқу деп аталатын:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \pi / 2$$

бұрышқа артта қалып жатқандығын көреміз.

Индуктивті элементтің синусоидалық i_L тогын және u_L кернеуін сәйкес кешенді мәндермен өрнектейік:

$$\dot{I}_L = I_L e^{j\psi_i} \quad \text{және} \quad \dot{U}_L = U_L e^{j\psi_u}.$$

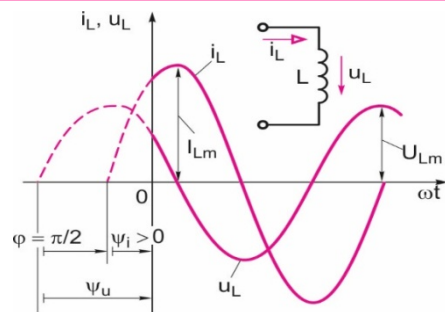
4.12-суретте индуктивті элементтің векторлық диаграммасы келтірілген және $\dot{I}_L$ тогының кешенді мәнінің векторы $\dot{U}_L$ кернеуінің кешенді мәнінің векторынан $\pi/2$ бұрышына артта қалып жатқандығы көрсетілген. (4.18) және (4.13) қатынастарын қолдана отырып, индуктивті элементке арналған кешенді түрдегі OM заңын аламыз:

$$\dot{U}_L = \omega L I_L e^{j\psi_u} = \omega L I_L e^{j(\psi_i + \pi/2)}$$

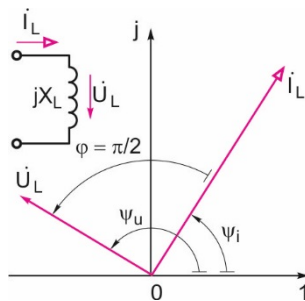
немесе

$$\dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L = jX_L \dot{I}_L. \quad (4.19)$$

(4.19) өрнегіндегі $j\omega L = jX_L$ шамасы индуктивті элементтің кешенді кедергісі деп, ал оған кері $1/j\omega L = -jB_L$ шамасы – индуктивті элементтің кешенді өткізгіштігі деп аталады.



4.11-сурет



4.12-сурет

Сыйымдылық элементі. Егер сыйымдылық элементтерінің арасындағы кернеу синусоидалық өзгертін болса:

$$u_C = U_{Cm} \sin(\omega t + \psi_u)$$

онда (1.13) бойынша сыйымдылық элементіндегі ток

$$\begin{aligned} i_C &= C di_C / dt = \omega C U_{Cm} \cos(\omega t + \psi_u) = \\ &= I_{Cm} \sin(\omega t + \psi_u + \pi / 2) = I_{Cm} \sin(\omega t + \psi_i) \end{aligned}$$

мұндағы кернеу мен ток амплитудасы және олардың бастапқы фазалары:

$$\left. \begin{aligned} I_{Cm} &= \omega C U_{Cm}; \\ \psi_i &= \psi_u + \pi / 2 \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

қатынасымен байланысқан.

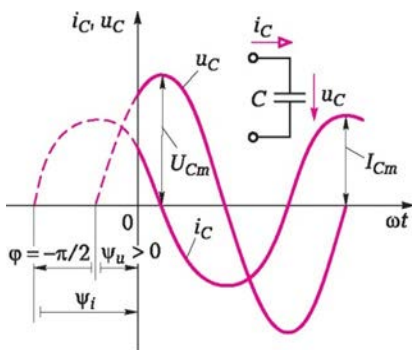
(4.20)-дағы теңдеудегі бірінші қатынастың оң және сол бөліктерін $\sqrt{2}$ -ге бөліп сыйымдылық элементтің кернеуі мен тогының әсерлік мәндеріне арналған қатынасты аламыз:

$$U_C = \frac{1}{\omega C} I_C = X_C I_C \quad (4.21)$$

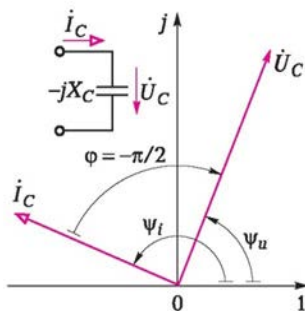
Өлшем бірлігі Ом болып табылатын (4.21)-ші өрнектегі $X_C = 1/\omega C$ шамасы *сыйымдылық кедергісі* деп, ал өлшем бірлігі $\text{Ом}^{-1} = \text{См}$ болатын оған кері шама $B_C = \omega C$ – *сыйымдылық өткізгіштігі* деп аталады. X_C және B_C шамалары – синусоидалық токтар тізбегінің сыйымдылық элементтерінің параметрлері.

Индуктивті кедергіге кері сыйымдылық кедергісі синусоидалық ток жиілігі артқан сайын азаяып, тұрақты кернеу кезінде өте үлкен мәнге ие болады.

4.13-суретте сыйымдылық элементтің синусоидалық тогы мен



4.13-сурет



4.14-сурет

кернеуінің лездік мәндерінің графигі берілген ($\psi_u > 0$ кезінде тұрғызылған), одан u_C кернеуінің i_C тогынан $\psi_i - \psi_u = \pi/2$ бұрышына артта қалатыны көрсетілген, яғни кернеу мен ток арасындағы *фаза бойынша ауытқу* мынаған тең болады:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \pi / 2$$

Сыйымдылық элементтің синусоидалық i_C тогын және u_C кернеуін сәйкес кешенді мәндермен өрнектейік:

$$\dot{I}_C = I_C e^{j\psi_i} \quad \text{және} \quad \dot{U}_C = U_C e^{j\psi_u}.$$

4.14-суретте сыйымдылық элементінің векторлық диаграммасы келтірілген және $\dot{U}_C$ кернеуінің кешенді мәнінің векторы $\dot{I}_C$ тогының кешенді мәнінің векторынан $\pi/2$ бұрышына артта қалып жатқандығы көрсетілген.

(4.21) және (4.13) өрнектерін ескере отырып, *сыйымдылық элементіне арналған кешенді түрдегі ОМ заңын* аламыз:

$$\dot{U}_C = \frac{1}{\omega C} I_C e^{j\psi_u} = \frac{1}{\omega C} I_C e^{j(\psi_i - \pi/2)}$$

немесе

$$\dot{U}_C = \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_C = -jX_C \dot{I}_C. \quad (4.22)$$

(4.22)-гі өрнектегі $1/j\omega C = -jX_C$ шамасы *сыйымдылық элементінің кешенді кедергісі* деп, ал оған кері $j\omega C = -jB_C$ шамасы – *сыйымдылық элементінің кешенді өткізгіштігі* деп аталады.

4.2-мысал. Индуктивті және сыйымдылық элементтеріндегі синусоидалық кернеу, $f = 10^4$ Гц жиілігінде $U_C = 10$ В және $U_C = 20$ В әсерлік мәніне ие. Параметрлерінің мәндері $L = 10^{-4}$ Гн және $C = 10^{-6}$ Ф кезіндегі индуктивті және сыйымдылық элементтеріндегі токтардың әсерлік мәндерін табыңыз.

Шешімі. Синусоидалық ток тізбегіндегі индуктивті және сыйымдылық элементтеріндегі кедергі (4.18) бен (4.21) бойынша

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2 \cdot 3,14 \cdot 10^4 \cdot 10^{-4} = 6,28 \text{ Ом}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = 1/(2\pi f C) = 1/(2 \cdot 3,14 \cdot 10^4 \cdot 10^{-6}) = 15,9 \text{ Ом}$$

тең.

Индуктивті және сыйымдылық элементтеріндегі синусоидалық токтардың әсерлік мәндері (4.18) бен (4.21) бойынша мынаған тең:

$$I_L = U_L / X_L = 10 / 6,28 = 1,59 \text{ А};$$

$$I_C = U_C / X_C = 20 / 15,9 = 1,26 \text{ А}.$$